Συνδυαστικές ασκήσεις τύπου Πανελληνίων – ΛΥΣΕΙΣ

Ενότητα 8 · ΑΣΚ-239 έως ΑΣΚ-244

ΑΣΚ-239 · Θέμα Α – Δισδιάστατοι πίνακες

Πανελληνίων · 14 μον.

Να απαντήσετε στα παρακάτω:

1. Πόσα στοιχεία έχει ο πίνακας Α[5, 8];
2. Πόσα στοιχεία βρίσκονται πάνω από την κύρια διαγώνιο ενός πίνακα 6 × 6;
3. Ποια συνθήκη ισχύει για τα στοιχεία της δευτερεύουσας διαγωνίου πίνακα Ν × Ν;
4. Μετά το `ΓΙΑ i 1..3 / ΓΙΑ j 1..3: A[i, j] ← i * j - j`, ποια είναι η 3η γραμμή;
5. Για τον ίδιο πίνακα, ποιο είναι το άθροισμα της κύριας διαγωνίου;
6. Σ/Λ: Σε πίνακα Β[4, 6] η εντολή `B[6, 4] ← 0` είναι σωστή.
7. Σ/Λ: Για τα αθροίσματα των στηλών ο εξωτερικός βρόχος διατρέχει τις στήλες.

#	Ερώτηση	Απάντηση
1	Πόσα στοιχεία έχει ο πίνακας Α[5, 8];	40
2	Πόσα στοιχεία βρίσκονται πάνω από την κύρια διαγώνιο ενός πίνακα 6 × 6;	6 · 5 / 2 = 15
3	Ποια συνθήκη ισχύει για τα στοιχεία της δευτερεύουσας διαγωνίου πίνακα Ν × Ν;	i + j = N + 1
4	Μετά το `ΓΙΑ i 1..3 / ΓΙΑ j 1..3: A[i, j] ← i * j - j`, ποια είναι η 3η γραμμή;	2, 4, 6
5	Για τον ίδιο πίνακα, ποιο είναι το άθροισμα της κύριας διαγωνίου;	0 + 2 + 6 = 8
6	Σ/Λ: Σε πίνακα Β[4, 6] η εντολή `B[6, 4] ← 0` είναι σωστή.	Λάθος – εκτός ορίων
7	Σ/Λ: Για τα αθροίσματα των στηλών ο εξωτερικός βρόχος διατρέχει τις στήλες.	Σωστό

ΑΣΚ-240 · Θέμα Β – Ιχνηλάτηση δισδιάστατου πίνακα

Πανελληνίων · 15 μον.

Να γράψετε τι θα εμφανίσει το πρόγραμμα.

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Ίχνος
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Α[3, 3], i, j, Σ
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
      ΑΝ i = j ΤΟΤΕ
        Α[i, j] ← i
      ΑΛΛΙΩΣ_ΑΝ i < j ΤΟΤΕ
        Α[i, j] ← i + j
      ΑΛΛΙΩΣ
        Α[i, j] ← i - j
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
```

```
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    ΓΡΑΨΕ A[i, 1], A[i, 2], A[i, 3]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Σ ← 0
  ΓΙΑ j ΑΠΟ 3 ΜΕΧΡΙ 1 ΜΕ_ΒΗΜΑ -1
    Σ ← Σ + A[4 - j, j] * j
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΡΑΨΕ 'Σ = ', Σ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Έξοδος:
1 3 4
1 2 5
2 1 3
Σ = 18
```

Ο τελευταίος βρόχος διατρέχει τη **δευτερεύουσα** διαγώνιο: A[1,3] = 4, A[2,2] = 2, A[3,1] = 2 → 4·3 + 2·2 + 2·1 = 18.

ΑΣΚ-241 · Θέμα Β – Συμπλήρωση κενών

Πανελληνίων · 10 μον.

Το τμήμα υπολογίζει τα αθροίσματα των στηλών του πίνακα Π[Γ, Σ] στον πίνακα ΣΣ και βρίσκει τη στήλη με το μεγαλύτερο άθροισμα. Να συμπληρώσετε τα κενά.

```
ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ ...(1)...
  ΣΣ[j] ← ...(2)...
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ ...(3)...
    ΣΣ[j] ← ΣΣ[j] + ...(4)...
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
Θ ← 1
ΓΙΑ j ΑΠΟ 2 ΜΕΧΡΙ Σ
  ΑΝ ...(5)... ΤΟΤΕ
    Θ ← j
  ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
```

#	Ερώτηση	Απάντηση
1	(1)	Σ
2	(2)	0
3	(3)	Γ
4	(4)	Π[i, j]
5	(5)	ΣΣ[j] > ΣΣ[Θ]

ΑΣΚ-242 · Θέμα Γ – Μίνι πρωτάθλημα

Πανελληνίων · 20 μον.

Σε πρωτάθλημα 4 ομάδων κάθε ομάδα παίζει μία φορά με κάθε άλλη ως γηπεδούχος. Ο πίνακας P[4, 4] περιέχει στη θέση [i, j] (i ≠ j) τους βαθμούς της ομάδας i στον αγώνα της με την j ως γηπεδούχος (3 νίκη, 1 ισοπαλία, 0 ήττα· έλεγχος). Τα διαγώνια στοιχεία δεν διαβάζονται. Να γραφεί πρόγραμμα που:

- Γ1. Διαβάζει τα ονόματα των ομάδων και τον πίνακα Ρ. (μον. 5)
- Γ2. Υπολογίζει τους βαθμούς κάθε ομάδας από τους εντός έδρας αγώνες (γραμμή i). (μον. 5)
- Γ3. Εμφανίζει την ομάδα με τους περισσότερους βαθμούς εντός έδρας. (μον. 4)
- Γ4. Εμφανίζει τις ομάδες που έμειναν αήττητες εντός έδρας. (μον. 6)

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 'Αετοί', 'Γλάροι', 'Δελφίνια', 'Λύκοι', 3, 1, 3, 0, 2, 3, 1, 1, 1, 3, 0, 0, 3*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Πρωτάθλημα
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Ομ[4]
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ρ[4, 4], Β[4], i, j, Καλ
  ΛΟΓΙΚΕΣ: Αήττ
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
    ΔΙΑΒΑΣΕ Ομ[i]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
      ΑΝ i <> j ΤΟΤΕ
        ΑΡΧΗ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
          ΔΙΑΒΑΣΕ Ρ[i, j]
        ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ Ρ[i, j] = 0 Η Ρ[i, j] = 1 Η Ρ[i, j] = 3
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Καλ ← 1
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
    Β[i] ← 0
    Αήττ ← ΑΛΗΘΗΣ
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
      ΑΝ i <> j ΤΟΤΕ
        Β[i] ← Β[i] + Ρ[i, j]
        ΑΝ Ρ[i, j] = 0 ΤΟΤΕ
          Αήττ ← ΨΕΥΔΗΣ
        ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
    ΓΡΑΨΕ Ομ[i], ': ', Β[i], ' βαθμοί εντός'
    ΑΝ Αήττ ΤΟΤΕ
      ΓΡΑΨΕ '  αήττητη εντός έδρας'
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΑΝ Β[i] > Β[Καλ] ΤΟΤΕ
      Καλ ← i
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΡΑΨΕ 'Καλύτερη εντός: ', Ομ[Καλ]
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 'Αετοί', 'Γλάροι', 'Δελφίνια', 'Λύκοι', 3, 1, 3, 0, 2, 3, 1, 1, 1, 3, 0, 0,
3
Έξοδος:
Αετοί: 7 βαθμοί εντός
  αήττητη εντός έδρας
```

```
Γλάροι: 4 βαθμοί εντός
Δελφίνια: 5 βαθμοί εντός
  αήττητη εντός έδρας
Λύκοι: 3 βαθμοί εντός
Καλύτερη εντός: Αετοί
```

Σχόλια – συχνά λάθη

• Το Β[Καλ] συγκρίνεται αφού έχει υπολογιστεί: στο i = 1 ισχύει Καλ = 1, οπότε το Β[1] έχει ήδη τιμή.

ΑΣΚ-243 · Θέμα Δ – Εκλογές ανά περιφέρεια

Πανελληνίων · 20 μον.

Σε εκλογές 3 κομμάτων σε 4 περιφέρειες, διαβάζονται τα ονόματα των κομμάτων (πίνακας Κ[3]), τα ονόματα των περιφερειών (Π[4]) και οι ψήφοι (Ψ[4, 3], μη αρνητικοί, έλεγχος). Να γραφεί πρόγραμμα που:

- Δ1. Εμφανίζει για κάθε περιφέρεια τα ποσοστά των κομμάτων και το πρώτο κόμμα (θεωρούμε μοναδικό). (μον. 8)
- Δ2. Εμφανίζει τις συνολικές ψήφους και τα ποσοστά κάθε κόμματος σε όλη τη χώρα. (μον. 6)
- Δ3. Εμφανίζει την περιφέρεια με τις περισσότερες έγκυρες ψήφους. (μον. 6)

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 'Α', 'Β', 'Γ', 'Βόρεια', 4000, 3500, 2500, 'Νότια', 2000, 5000, 1000, 'Ανατολική', 3000, 3000, 6000, 'Δυτική', 1500, -1, 1200, 300*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Περιφέρειες
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Κ[3], Π[4]
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ψ[4, 3], ΣΠ[4], ΣΚ[3], i, j, Πρώτο, Μεγ, Όλοι
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    ΔΙΑΒΑΣΕ Κ[j]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
    ΔΙΑΒΑΣΕ Π[i]
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
      ΑΡΧΗ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
        ΔΙΑΒΑΣΕ Ψ[i, j]
      ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ Ψ[i, j] >= 0
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Μεγ ← 1
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
    ΣΠ[i] ← 0
    Πρώτο ← 1
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
      ΣΠ[i] ← ΣΠ[i] + Ψ[i, j]
      ΑΝ Ψ[i, j] > Ψ[i, Πρώτο] ΤΟΤΕ
        Πρώτο ← j
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
    ΓΡΑΨΕ Π[i], ': ', Κ[1], ' ', Ψ[i, 1] / ΣΠ[i] * 100, '% ', Κ[2], ' ', Ψ[i, 2] /
ΣΠ[i] * 100, '% ', Κ[3], ' ', Ψ[i, 3] / ΣΠ[i] * 100, '%'
    ΓΡΑΨΕ '  Πρώτο: ', Κ[Πρώτο]
```

```
    ΑΝ ΣΠ[i] > ΣΠ[Μεγ] ΤΟΤΕ
      Μεγ ← i
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Όλοι ← 0
  ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    ΣΚ[j] ← 0
    ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
      ΣΚ[j] ← ΣΚ[j] + Ψ[i, j]
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
    Όλοι ← Όλοι + ΣΚ[j]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    ΓΡΑΨΕ Κ[j], ': ', ΣΚ[j], ' ψήφοι (', ΣΚ[j] / Όλοι * 100, '%)'
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΡΑΨΕ 'Μεγαλύτερη συμμετοχή: ', Π[Μεγ]
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 'Α', 'Β', 'Γ', 'Βόρεια', 4000, 3500, 2500, 'Νότια', 2000, 5000, 1000,
'Ανατολική', 3000, 3000, 6000, 'Δυτική', 1500, -1, 1200, 300
Έξοδος:
Βόρεια: Α 40% Β 35% Γ 25%
  Πρώτο: Α
Νότια: Α 25% Β 62.5% Γ 12.5%
  Πρώτο: Β
Ανατολική: Α 25% Β 25% Γ 50%
  Πρώτο: Γ
Δυτική: Α 50% Β 40% Γ 10%
  Πρώτο: Α
Α: 10500 ψήφοι (31.818182%)
Β: 12700 ψήφοι (38.484848%)
Γ: 9800 ψήφοι (29.69697%)
Μεγαλύτερη συμμετοχή: Ανατολική
```

Σχόλια – συχνά λάθη

- Θεωρούμε ότι σε κάθε περιφέρεια υπάρχει τουλάχιστον μία έγκυρη ψήφος.

ΑΣΚ-244 · Θέμα Δ – Κατάταξη μαθητών με 2Δ πίνακα

Πανελληνίων · 20 μον.

Για 5 μαθητές διαβάζονται όνομα και βαθμοί σε 4 μαθήματα (Β[5, 4], 0–20, έλεγχος). Να γραφεί πρόγραμμα που:

- Δ1. Υπολογίζει τον μέσο όρο κάθε μαθητή σε πίνακα ΜΟ[5]. (μον. 4)
- Δ2. Ταξινομεί τους μαθητές κατά φθίνοντα μέσο όρο (μεταφέροντας ονόματα **και** γραμμές βαθμών). (μον. 8)
- Δ3. Εμφανίζει τους τρεις πρώτους με τον μέσο όρο τους. (μον. 3)
- Δ4. Για κάθε μαθητή εμφανίζει τους αριθμούς των μαθημάτων όπου έγραψε κάτω από 10. (μον. 5)

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 'Ζήσης', 15, 9, 14, 16, 'Ηλέκτρα', 19, 18, 20, 17, 'Θεοδώρα', 12, 11, 8, 25, 9, 'Ιάσονας', 17, 16, 18, 19, 'Καίτη', 14, 15, 13, 16*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Κατάταξη
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Όν[5], ΤΟ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Β[5, 4], ΜΟ[5], Τ, Σ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: i, j, κ
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 5
    ΔΙΑΒΑΣΕ Όν[i]
    Σ ← 0
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
      ΑΡΧΗ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
        ΔΙΑΒΑΣΕ Β[i, j]
      ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ Β[i, j] >= 0 ΚΑΙ Β[i, j] <= 20
      Σ ← Σ + Β[i, j]
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
    ΜΟ[i] ← Σ / 4
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 2 ΜΕΧΡΙ 5
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 5 ΜΕΧΡΙ i ΜΕ_ΒΗΜΑ -1
      ΑΝ ΜΟ[j - 1] < ΜΟ[j] ΤΟΤΕ
        Τ ← ΜΟ[j - 1]
        ΜΟ[j - 1] ← ΜΟ[j]
        ΜΟ[j] ← Τ
        ΤΟ ← Όν[j - 1]
        Όν[j - 1] ← Όν[j]
        Όν[j] ← ΤΟ
        ΓΙΑ κ ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
          Τ ← Β[j - 1, κ]
          Β[j - 1, κ] ← Β[j, κ]
          Β[j, κ] ← Τ
        ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    ΓΡΑΨΕ i, '. ', Όν[i], ' – ', ΜΟ[i]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 5
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
      ΑΝ Β[i, j] < 10 ΤΟΤΕ
        ΓΡΑΨΕ Όν[i], ': κάτω από τη βάση στο μάθημα ', j
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 'Ζήσης', 15, 9, 14, 16, 'Ηλέκτρα', 19, 18, 20, 17, 'Θεοδώρα', 12, 11, 8, 25,
9, 'Ιάσονας', 17, 16, 18, 19, 'Καίτη', 14, 15, 13, 16
Έξοδος:
1. Ηλέκτρα – 18.5
2. Ιάσονας – 17.5
3. Καίτη – 14.5
```

```
Ζήσης: κάτω από τη βάση στο μάθημα 2
Θεοδώρα: κάτω από τη βάση στο μάθημα 3
Θεοδώρα: κάτω από τη βάση στο μάθημα 4
```