Ασκήσεις μεσαίας δυσκολίας – ΛΥΣΕΙΣ

Ενότητα 9 · ΑΣΚ-259 έως ΑΣΚ-270

ΑΣΚ-259 · Διαδικασία με πολλές εξόδους

Μεσαία

Να γραφεί διαδικασία ΣτατΠίνακα(Π, Ν, Μεγ, Ελαχ, ΜΟ) που υπολογίζει το μέγιστο, το ελάχιστο και τον μέσο όρο των Ν πρώτων στοιχείων ενός πίνακα 20 θέσεων. Το κύριο πρόγραμμα διαβάζει Ν (≤ 20) θερμοκρασίες και εμφανίζει τα αποτελέσματα.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 6, 18.5, 22, 25.5, 19, 30, 27*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Στατιστικά
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Θ[20], Μ, Ε, Μο
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ν, i
ΑΡΧΗ
  ΑΡΧΗ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
    ΔΙΑΒΑΣΕ Ν
  ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ Ν >= 1 ΚΑΙ Ν <= 20
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ Ν
    ΔΙΑΒΑΣΕ Θ[i]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΚΑΛΕΣΕ ΣτατΠίνακα(Θ, Ν, Μ, Ε, Μο)
  ΓΡΑΨΕ 'Μέγιστη: ', Μ, ' Ελάχιστη: ', Ε, ' Μέση: ', Μο
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΣτατΠίνακα(Π, Ν, Μεγ, Ελαχ, ΜΟ)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Π[20], Μεγ, Ελαχ, ΜΟ, Σ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ν, i
ΑΡΧΗ
  Μεγ ← Π[1]
  Ελαχ ← Π[1]
  Σ ← 0
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ Ν
    Σ ← Σ + Π[i]
    ΑΝ Π[i] > Μεγ ΤΟΤΕ
      Μεγ ← Π[i]
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΑΝ Π[i] < Ελαχ ΤΟΤΕ
      Ελαχ ← Π[i]
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΜΟ ← Σ / Ν
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 6, 18.5, 22, 25.5, 19, 30, 27
Έξοδος:
Μέγιστη: 30 Ελάχιστη: 18.5 Μέση: 23.666667
```

Σχόλια – συχνά λάθη

- Τρία αποτελέσματα → διαδικασία (μια συνάρτηση επιστρέφει μόνο ένα).
- Οι Μ, Ε, Μο του κυρίου δεν έχουν τιμή πριν από την κλήση – παίρνουν τιμή από τη διαδικασία.

ΑΣΚ-260 · Πρώτοι αριθμοί και εικασία Goldbach

Μεσαία

Να γραφεί λογική συνάρτηση Πρώτος(Ν). Με τη βοήθειά της, να γραφεί πρόγραμμα που για κάθε άρτιο αριθμό από 4 έως 30 εμφανίζει μια ανάλυσή του σε άθροισμα δύο πρώτων (εικασία Goldbach), με τον μικρότερο δυνατό πρώτο προσθετέο.

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Goldbach
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ν, Π
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ Ν ΑΠΟ 4 ΜΕΧΡΙ 30 ΜΕ_ΒΗΜΑ 2
    Π ← 2
    ΟΣΟ ΟΧΙ (Πρώτος(Π) ΚΑΙ Πρώτος(Ν - Π)) ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
      Π ← Π + 1
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
    ΓΡΑΨΕ Ν, ' = ', Π, ' + ', Ν - Π
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Πρώτος(Κ): ΛΟΓΙΚΗ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Κ, Δ
  ΛΟΓΙΚΕΣ: Π
ΑΡΧΗ
  Π ← Κ > 1
  Δ ← 2
  ΟΣΟ Δ * Δ <= Κ ΚΑΙ Π ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
    ΑΝ Κ MOD Δ = 0 ΤΟΤΕ
      Π ← ΨΕΥΔΗΣ
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    Δ ← Δ + 1
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Πρώτος ← Π
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Έξοδος:
4 = 2 + 2
6 = 3 + 3
8 = 3 + 5
10 = 3 + 7
12 = 5 + 7
14 = 3 + 11
16 = 3 + 13
18 = 5 + 13
20 = 3 + 17
22 = 3 + 19
```

```
24 = 5 + 19
26 = 3 + 23
28 = 5 + 23
30 = 7 + 23
```

Σχόλια – συχνά λάθη

- Η τοπική μεταβλητή Π της συνάρτησης είναι **άλλη** από τη μεταβλητή Π του κυρίου προγράμματος.

ΑΣΚ-261 · Απλοποίηση κλάσματος

Μεσαία

Να γραφεί συνάρτηση ΜΚΔ(Α, Β) (αλγόριθμος Ευκλείδη) και διαδικασία Απλοποίηση(Αρ, Παρ) που απλοποιεί ένα κλάσμα αλλάζοντας τις παραμέτρους της. Το κύριο πρόγραμμα διαβάζει κλάσματα (αριθμητής, παρονομαστής ≠ 0) μέχρι να δοθεί αριθμητής 0 και εμφανίζει το καθένα απλοποιημένο.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 12, 18, 35, 0, 14, 7, 9, 0*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Κλάσματα
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Α, Β
ΑΡΧΗ
  ΔΙΑΒΑΣΕ Α
  ΟΣΟ Α <> 0 ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
    ΑΡΧΗ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
      ΔΙΑΒΑΣΕ Β
    ΜΕΧΡΙΣ_ΟΤΟΥ Β <> 0
    ΓΡΑΨΕ Α, '/', Β
    ΚΑΛΕΣΕ Απλοποίηση(Α, Β)
    ΓΡΑΨΕ '  = ', Α, '/', Β
    ΔΙΑΒΑΣΕ Α
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ Απλοποίηση(Αρ, Παρ)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Αρ, Παρ, Δ
ΑΡΧΗ
  Δ ← ΜΚΔ(Α_Τ(Αρ), Α_Τ(Παρ))
  Αρ ← Αρ DIV Δ
  Παρ ← Παρ DIV Δ
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΚΔ(Χ, Υ): ΑΚΕΡΑΙΑ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Χ, Υ, Τ
ΑΡΧΗ
  ΟΣΟ Υ <> 0 ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
    Τ ← Χ MOD Υ
    Χ ← Υ
    Υ ← Τ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΜΚΔ ← Χ
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 12, 18, 35, 0, 14, 7, 9, 0
Έξοδος:
12/18
  = 2/3
35/14
  = 5/2
7/9
  = 7/9
```

Σχόλια – συχνά λάθη

• Εμφωλευμένη κλήση: το κύριο καλεί τη διαδικασία, η διαδικασία καλεί τη συνάρτηση (στοίβα κλήσεων).

• Θεωρούμε θετικούς όρους· με αρνητικούς η DIV σε κάποια περιβάλλοντα στρογγυλεύει διαφορετικά.

ΑΣΚ-262 · Ταξινόμηση και αναζήτηση με υποπρογράμματα

Μεσαία

Να γραφούν: διαδικασία Ταξινόμηση(Π) (φυσαλίδα, αύξουσα, πίνακας 8 θέσεων) και συνάρτηση Θέση(Π, Χ) που επιστρέφει τη θέση του Χ στον πίνακα ή 0 αν δεν υπάρχει. Το κύριο πρόγραμμα διαβάζει 8 κωδικούς, τους ταξινομεί, τους εμφανίζει και αναζητά κωδικούς μέχρι να δοθεί 0.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 52, 17, 88, 31, 64, 9, 45, 70, 45, 99, 9, 0*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Κωδικοί
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Κ[8], i, Χ, Θ
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 8
    ΔΙΑΒΑΣΕ Κ[i]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΚΑΛΕΣΕ Ταξινόμηση(Κ)
  ΓΡΑΨΕ Κ[1], Κ[2], Κ[3], Κ[4], Κ[5], Κ[6], Κ[7], Κ[8]
  ΔΙΑΒΑΣΕ Χ
  ΟΣΟ Χ <> 0 ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
    Θ ← Θέση(Κ, Χ)
    ΑΝ Θ > 0 ΤΟΤΕ
      ΓΡΑΨΕ Χ, ': θέση ', Θ
    ΑΛΛΙΩΣ
      ΓΡΑΨΕ Χ, ': δεν υπάρχει'
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΔΙΑΒΑΣΕ Χ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ Ταξινόμηση(Π)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Π[8], i, j, Τ
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 2 ΜΕΧΡΙ 8
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 8 ΜΕΧΡΙ i ΜΕ_ΒΗΜΑ -1
```

```
      ΑΝ Π[j - 1] > Π[j] ΤΟΤΕ
        Τ ← Π[j - 1]
        Π[j - 1] ← Π[j]
        Π[j] ← Τ
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Θέση(Π, Χ): ΑΚΕΡΑΙΑ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Π[8], Χ, i, Θ
ΑΡΧΗ
  Θ ← 0
  i ← 1
  ΟΣΟ i <= 8 ΚΑΙ Θ = 0 ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
    ΑΝ Π[i] = Χ ΤΟΤΕ
      Θ ← i
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    i ← i + 1
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Θέση ← Θ
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 52, 17, 88, 31, 64, 9, 45, 70, 45, 99, 9, 0
Έξοδος:
9 17 31 45 52 64 70 88
45: θέση 4
99: δεν υπάρχει
9: θέση 1
```

ΑΣΚ-263 · Συνάρτηση κλιμακωτής χρέωσης

Μεσαία

Να γραφεί συνάρτηση Χρέωση(kWh) που υπολογίζει το ποσό του λογαριασμού ρεύματος της ΑΣΚ-030 (πάγιο 5 €, κλίμακες 0.10 / 0.12 / 0.15 €). Το κύριο πρόγραμμα διαβάζει για Ν πελάτες κωδικό και κατανάλωση και εμφανίζει το ποσό κάθε πελάτη και τα συνολικά έσοδα.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 3, 1001, 350, 1002, 800, 1003, 1500*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Λογαριασμοί
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ν, i, Κωδ, Κατ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Ποσό, Σ
ΑΡΧΗ
  ΔΙΑΒΑΣΕ Ν
  Σ ← 0
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ Ν
    ΔΙΑΒΑΣΕ Κωδ, Κατ
    Ποσό ← Χρέωση(Κατ)
    ΓΡΑΨΕ 'Πελάτης ', Κωδ, ': ', Ποσό, ' €'
    Σ ← Σ + Ποσό
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
```

```
  ΓΡΑΨΕ 'Έσοδα: ', Σ, ' €'
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Χρέωση(Κ): ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Κ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Π
ΑΡΧΗ
  ΑΝ Κ <= 500 ΤΟΤΕ
    Π ← Κ * 0.10
  ΑΛΛΙΩΣ_ΑΝ Κ <= 1000 ΤΟΤΕ
    Π ← 50 + (Κ - 500) * 0.12
  ΑΛΛΙΩΣ
    Π ← 110 + (Κ - 1000) * 0.15
  ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
  Χρέωση ← Π + 5
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 3, 1001, 350, 1002, 800, 1003, 1500
Έξοδος:
Πελάτης 1001: 40 €
Πελάτης 1002: 91 €
Πελάτης 1003: 190 €
Έσοδα: 321 €
```

ΑΣΚ-264 · Διάσπαση προγράμματος σε υποπρογράμματα

Μεσαία

Το πρόγραμμα της ΑΣΚ-229 (βαθμολόγιο 4 μαθητών × 3 μαθήματα) να ξαναγραφτεί με: διαδικασία Είσοδος(Όν, Β) που διαβάζει τα δεδομένα, συνάρτηση ΜΟΓραμμής(Β, i) που επιστρέφει τον μέσο όρο του μαθητή i και διαδικασία Αποτελέσματα(Όν, Β) που εμφανίζει τους μέσους όρους και τον καλύτερο μαθητή.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 'Άρτεμις', 18, 16, 19, 'Βαγγέλης', 12, 14, 11, 'Γαλάτεια', 19, 19, 17, 'Δάφνη', 15, 18, 16*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Βαθμολόγιο_Υ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Όν[4]
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Β[4, 3]
ΑΡΧΗ
  ΚΑΛΕΣΕ Είσοδος(Όν, Β)
  ΚΑΛΕΣΕ Αποτελέσματα(Όν, Β)
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ Είσοδος(Ο, Π)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Ο[4]
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Π[4, 3]
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: i, j
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
```

```
    ΔΙΑΒΑΣΕ Ο[i]
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
      ΔΙΑΒΑΣΕ Π[i, j]
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜΟΓραμμής(Π, Γ): ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Π[4, 3], Σ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Γ, j
ΑΡΧΗ
  Σ ← 0
  ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    Σ ← Σ + Π[Γ, j]
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΜΟΓραμμής ← Σ / 3
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ Αποτελέσματα(Ο, Π)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Ο[4]
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Π[4, 3], Μ, Μεγ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: i, Καλ
ΑΡΧΗ
  Μεγ ← -1
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
    Μ ← ΜΟΓραμμής(Π, i)
    ΓΡΑΨΕ Ο[i], ': ', Μ
    ΑΝ Μ > Μεγ ΤΟΤΕ
      Μεγ ← Μ
      Καλ ← i
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΡΑΨΕ 'Καλύτερος: ', Ο[Καλ]
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 'Άρτεμις', 18, 16, 19, 'Βαγγέλης', 12, 14, 11, 'Γαλάτεια', 19, 19, 17,
'Δάφνη', 15, 18, 16
Έξοδος:
Άρτεμις: 17.666667
Βαγγέλης: 12.333333
Γαλάτεια: 18.333333
Δάφνη: 16.333333
Καλύτερος: Γαλάτεια
```

Σχόλια – συχνά λάθη

- Το κύριο πρόγραμμα έγινε 2 εντολές: διαβάζεται σαν «περίληψη» του αλγορίθμου.
- Η διαδικασία Αποτελέσματα καλεί τη συνάρτηση ΜΟΓραμμής – εμφωλευμένες κλήσεις.

ΑΣΚ-265 · Ιχνηλάτηση παραμέτρων

Μεσαία

Να γράψετε τι θα εμφανίσει το παρακάτω πρόγραμμα. Προσέξτε ποιες αλλαγές «επιστρέφουν» στο κύριο πρόγραμμα.

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Παράμετροι
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Α, Β, Γ
ΑΡΧΗ
  Α ← 3
  Β ← 5
  Γ ← Φ(Α, Β)
  ΓΡΑΨΕ Α, Β, Γ
  ΚΑΛΕΣΕ Δ(Β, Α, Γ)
  ΓΡΑΨΕ Α, Β, Γ
  ΚΑΛΕΣΕ Δ(Α, Α, Β)
  ΓΡΑΨΕ Α, Β, Γ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Φ(Χ, Υ): ΑΚΕΡΑΙΑ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Χ, Υ
ΑΡΧΗ
  Χ ← Χ + Υ
  Φ ← Χ * 2
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ Δ(Χ, Υ, Ζ)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Χ, Υ, Ζ
ΑΡΧΗ
  Ζ ← Χ - Υ
  Χ ← Ζ * 10
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Έξοδος:
3 5 16
3 20 2
3 0 2
```

Φ: το Χ αλλάζει μόνο μέσα στη συνάρτηση → Α μένει 3, Γ = (3 + 5)·2 = 16.

Δ(Β, Α, Γ): Ζ = 5 − 3 = 2, Χ = 20 → επιστρέφουν Β = 20, Α = 3, Γ = 2.

Δ(Α, Α, Β): Ζ = 3 − 3 = 0, Χ = 0. Επιστρέφουν με τη σειρά των παραμέτρων: Α ← 0 (από Χ), Α ← 3 (από Υ), Β ← 0. Η τελική τιμή του Α εξαρτάται από τη σειρά επιστροφής – γι' αυτό **αποφεύγουμε** να δίνουμε την ίδια μεταβλητή δύο φορές ως πραγματική παράμετρο.

ΑΣΚ-266 · Ημέρα του έτους

Μεσαία

Να γραφούν: λογική συνάρτηση Δίσεκτο(Έτος) και συνάρτηση ΗμέρεςΜήνα(Μ, Έτος). Με αυτές, να γραφεί πρόγραμμα που διαβάζει ημερομηνία (ημέρα, μήνας, έτος – θεωρούμε έγκυρη) και εμφανίζει ποια ημέρα του έτους είναι (1–366) και πόσες ημέρες απομένουν μέχρι το τέλος του έτους.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 1, 3, 2024*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Ημέρα_Έτους
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ημ, Μ, Ε, κ, Αυξ, Σύνολο
ΑΡΧΗ
  ΔΙΑΒΑΣΕ Ημ, Μ, Ε
  Αυξ ← Ημ
  ΓΙΑ κ ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ Μ - 1
    Αυξ ← Αυξ + ΗμέρεςΜήνα(κ, Ε)
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΑΝ Δίσεκτο(Ε) ΤΟΤΕ
    Σύνολο ← 366
  ΑΛΛΙΩΣ
    Σύνολο ← 365
  ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
  ΓΡΑΨΕ 'Ημέρα ', Αυξ, ' του έτους – απομένουν ', Σύνολο - Αυξ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Δίσεκτο(Χ): ΛΟΓΙΚΗ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Χ
ΑΡΧΗ
  Δίσεκτο ← (Χ MOD 4 = 0 ΚΑΙ Χ MOD 100 <> 0) Η Χ MOD 400 = 0
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΗμέρεςΜήνα(Μ, Χ): ΑΚΕΡΑΙΑ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Μ, Χ
ΑΡΧΗ
  ΕΠΙΛΕΞΕ Μ
    ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 4, 6, 9, 11
      ΗμέρεςΜήνα ← 30
    ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2
      ΑΝ Δίσεκτο(Χ) ΤΟΤΕ
        ΗμέρεςΜήνα ← 29
      ΑΛΛΙΩΣ
        ΗμέρεςΜήνα ← 28
      ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
    ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΛΛΙΩΣ
      ΗμέρεςΜήνα ← 31
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΙΛΟΓΩΝ
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 1, 3, 2024
Έξοδος:
Ημέρα 61 του έτους – απομένουν 305
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 31, 12, 2026
Έξοδος:
Ημέρα 365 του έτους – απομένουν 0
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 17, 11, 2026
Έξοδος:
Ημέρα 321 του έτους – απομένουν 44
```

Σχόλια – συχνά λάθη

• Συνάρτηση που καλεί άλλη συνάρτηση (η ΗμέρεςΜήνα καλεί τη Δίσεκτο).

ΑΣΚ-267 · Αναδρομικό παραγοντικό (εμβάθυνση)

Μεσαία

Αναδρομή είναι η κλήση ενός υποπρογράμματος από τον εαυτό του. Ισχύει N! = N · (N − 1)! και 0! = 1. Να γραφεί αναδρομική συνάρτηση ΠαρΑ(Ν) και πρόγραμμα που εμφανίζει τα παραγοντικά από 0 έως 8.

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Αναδρομή
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: κ
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ κ ΑΠΟ 0 ΜΕΧΡΙ 8
    ΓΡΑΨΕ κ, '! = ', ΠαρΑ(κ)
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠαρΑ(Ν): ΑΚΕΡΑΙΑ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ν
ΑΡΧΗ
  ΑΝ Ν = 0 ΤΟΤΕ
    ΠαρΑ ← 1
  ΑΛΛΙΩΣ
    ΠαρΑ ← Ν * ΠαρΑ(Ν - 1)
  ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Έξοδος:
0! = 1
1! = 1
2! = 2
3! = 6
4! = 24
5! = 120
6! = 720
7! = 5040
8! = 40320
```

Σχόλια – συχνά λάθη

• Κάθε αναδρομική κλήση αποθηκεύεται στη **στοίβα**· χρειάζεται πάντα **συνθήκη τερματισμού** (Ν = 0).

• Η αναδρομή αναφέρεται στη θεωρία του βιβλίου· η επαναληπτική λύση (ΑΣΚ-252) είναι πιο οικονομική.

ΑΣΚ-268 · Αθροίσματα γραμμών με διαδικασία

Μεσαία

Να γραφεί διαδικασία ΑθρΓραμμών(Α, Σ) που δέχεται πίνακα Α[3, 4] και επιστρέφει στον πίνακα Σ[3] το άθροισμα κάθε γραμμής. Να γραφεί συνάρτηση ΘέσηΜεγ(Σ) που επιστρέφει τη θέση του μεγαλύτερου στοιχείου ενός πίνακα 3 θέσεων. Το κύριο πρόγραμμα διαβάζει τον πίνακα και εμφανίζει τα αθροίσματα και τη γραμμή με το μεγαλύτερο άθροισμα.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 4, 8, 15, 16, 23, 42, 7, 3, 9, 12, 5, 6*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Γραμμές_Υ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Π[3, 4], Αθ[3], i, j
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
      ΔΙΑΒΑΣΕ Π[i, j]
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΚΑΛΕΣΕ ΑθρΓραμμών(Π, Αθ)
  ΓΡΑΨΕ Αθ[1], Αθ[2], Αθ[3]
  ΓΡΑΨΕ 'Μεγαλύτερο άθροισμα: γραμμή ', ΘέσηΜεγ(Αθ)
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΑθρΓραμμών(Α, Σ)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Α[3, 4], Σ[3], i, j
ΑΡΧΗ
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 3
    Σ[i] ← 0
    ΓΙΑ j ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ 4
      Σ[i] ← Σ[i] + Α[i, j]
    ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΘέσηΜεγ(Χ): ΑΚΕΡΑΙΑ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Χ[3], i, Θ
ΑΡΧΗ
  Θ ← 1
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 2 ΜΕΧΡΙ 3
    ΑΝ Χ[i] > Χ[Θ] ΤΟΤΕ
      Θ ← i
    ΤΕΛΟΣ_ΑΝ
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΘέσηΜεγ ← Θ
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 4, 8, 15, 16, 23, 42, 7, 3, 9, 12, 5, 6
Έξοδος:
43 75 32
Μεγαλύτερο άθροισμα: γραμμή 2
```

Σχόλια – συχνά λάθη

• Ένας πίνακας μπορεί να είναι παράμετρος **εξόδου** διαδικασίας (Σ) – όχι όμως τιμή επιστροφής συνάρτησης.

ΑΣΚ-269 · Τιμολόγιο με υποπρογράμματα

Μεσαία

Να γραφεί συνάρτηση ΜεΦΠΑ(Καθαρό, Κατ) που επιστρέφει το ποσό με ΦΠΑ για κατηγορία 'Α' (6%), 'Β' (13%) ή 'Γ' (24%), και διαδικασία Γραμμή(Περιγρ, Ποσ, Τιμή, Κατ, Σύνολο) που εμφανίζει μία γραμμή τιμολογίου και προσθέτει το ποσό της στο Σύνολο. Το κύριο πρόγραμμα διαβάζει είδη (περιγραφή, ποσότητα, τιμή, κατηγορία) μέχρι να δοθεί περιγραφή 'ΤΕΛΟΣ' και εμφανίζει το σύνολο του τιμολογίου.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 'Ψωμί', 2, 1.2, 'Α', 'Γάλα', 3, 1.6, 'Β', 'Απορρυπαντικό', 1, 7.9, 'Γ', 'ΤΕΛΟΣ'*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Τιμολόγιο
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Π, Κ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ποσ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Τ, Σ
ΑΡΧΗ
  Σ ← 0
  ΔΙΑΒΑΣΕ Π
  ΟΣΟ Π <> 'ΤΕΛΟΣ' ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ
    ΔΙΑΒΑΣΕ Ποσ, Τ, Κ
    ΚΑΛΕΣΕ Γραμμή(Π, Ποσ, Τ, Κ, Σ)
    ΔΙΑΒΑΣΕ Π
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΡΑΨΕ 'ΣΥΝΟΛΟ ΤΙΜΟΛΟΓΙΟΥ: ', Σ, ' €'
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΜεΦΠΑ(Χ, Κατ): ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Χ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Κατ
ΑΡΧΗ
  ΕΠΙΛΕΞΕ Κατ
    ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'Α'
      ΜεΦΠΑ ← Χ * 1.06
    ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 'Β'
      ΜεΦΠΑ ← Χ * 1.13
    ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΑΛΛΙΩΣ
      ΜεΦΠΑ ← Χ * 1.24
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΙΛΟΓΩΝ
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ Γραμμή(Περ, Ν, Τιμ, Κατ, Συν)
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΧΑΡΑΚΤΗΡΕΣ: Περ, Κατ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ν
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Τιμ, Συν, Π
ΑΡΧΗ
  Π ← Α_Μ(ΜεΦΠΑ(Ν * Τιμ, Κατ) * 100 + 0.5) / 100
```

```
  ΓΡΑΨΕ Περ, ' x', Ν, ': ', Π, ' €'
  Συν ← Συν + Π
ΤΕΛΟΣ_ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 'Ψωμί', 2, 1.2, 'Α', 'Γάλα', 3, 1.6, 'Β', 'Απορρυπαντικό', 1, 7.9, 'Γ',
'ΤΕΛΟΣ'
Έξοδος:
Ψωμί x2: 2.54 €
Γάλα x3: 5.42 €
Απορρυπαντικό x1: 9.8 €
ΣΥΝΟΛΟ ΤΙΜΟΛΟΓΙΟΥ: 17.76 €
```

ΑΣΚ-270 · Δύναμη με επανάληψη και άθροισμα σειράς

Μεσαία

Να γραφεί συνάρτηση Δύναμη(Β, Ε) που υπολογίζει το Β^Ε (Ε ≥ 0 ακέραιος) με επαναλαμβανόμενους πολλαπλασιασμούς. Με αυτή, να υπολογιστεί το άθροισμα Σ = 1 + Χ + Χ²/2! + Χ³/3! + … + Χ^Ν/Ν! (προσέγγιση του e^Χ) και να συγκριθεί με την ενσωματωμένη Ε(Χ). Για το παραγοντικό να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση της ΑΣΚ-252.

Παράδειγμα: *Δεδομένα: 1, 10*

Λύση

```
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ Σειρά_e
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Χ, Σ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ν, κ
ΑΡΧΗ
  ΔΙΑΒΑΣΕ Χ, Ν
  Σ ← 0
  ΓΙΑ κ ΑΠΟ 0 ΜΕΧΡΙ Ν
    Σ ← Σ + Δύναμη(Χ, κ) / Παρ(κ)
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  ΓΡΑΨΕ 'Σειρά: ', Σ, ' – Ε(Χ): ', Ε(Χ)
ΤΕΛΟΣ_ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Δύναμη(Β, Ε): ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΕΣ: Β, Π
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Ε, i
ΑΡΧΗ
  Π ← 1
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 1 ΜΕΧΡΙ Ε
    Π ← Π * Β
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Δύναμη ← Π
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ Παρ(Χ): ΑΚΕΡΑΙΑ
ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ
  ΑΚΕΡΑΙΕΣ: Χ, i, Π
ΑΡΧΗ
  Π ← 1
```

```
  ΓΙΑ i ΑΠΟ 2 ΜΕΧΡΙ Χ
    Π ← Π * i
  ΤΕΛΟΣ_ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ
  Παρ ← Π
ΤΕΛΟΣ_ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 1, 10
Έξοδος:
Σειρά: 2.718282 – Ε(Χ): 2.718282
```

Αποτέλεσμα εκτέλεσης

```
Είσοδος: 2, 15
Έξοδος:
Σειρά: 7.389056 – Ε(Χ): 7.389056
```

Σχόλια – συχνά λάθη

• Μέσα στη Δύναμη η παράμετρος λέγεται Ε – τοπική μεταβλητή που «κρύβει» την ενσωματωμένη Ε() μόνο εκεί. Στο κύριο πρόγραμμα η Ε(Χ) είναι η ενσωματωμένη. Καλό είναι να αποφεύγονται τέτοια ονόματα.